

個別最適化部会（数学）

立方体の切り口を考えよう（空間における直線，平面の位置関係）

日時：2025年1月25日（土）

東京学芸大学附属竹早中学校

中1年D組（男子18名 女子17名）

授業者 後藤 藍輝

1. 活動の構想

（1）生徒の実態

本学級では、『投影図から立体模型を作成しよう』や、『校内にある謎のオブジェを調べよう』などの探求を通じて、立体図形を把握するための方法や、空間における平面や直線の位置関係について学んできた。

その中で、空間図形に対する見方を他人と共有するには『自分が見ている視点を明確にすること』が大切であることが顕在化された。例えば、立体模型を用いて『こっちから見ると三角形に見える』と説明したとき(図1)，端に座る生徒から『こっちにも「こっち」見せて』など、の声が上がった。



図1 立体模型を用いた説明場面

そのため、『見ている視点を共有する手段』として3DCADソフト「つくってみよう」を導入した(図2)。生徒はうまくテクノロジーを用いながら、他者に自分の見え方、空間の捉え方を説明することができるようになってきている。その一方で、視点の共有はうまくいきつつも、説明自体に指示語(ここからここ、こっちから見る、など)や独自の言葉の多用で上手く伝えられない現状がある。



図2 「つくってみよう」を用いて説明している様子

独自の言葉とは、図形を自分の見え方に依る言葉で説明した言葉である。例えば、平面図形を回転させて円錐台を作成する課題に取り組む際、基にする平面図形に関して『半台形を回せばよい』と答える生徒が複数おり、それに対して『半台形ってなに？台形じゃん』とつつこむ生徒と、『確かに半台形って言いたくなる』と納得する生徒が半々であり、議論が混乱した。『半台形』は比較的共有されやすい言葉であったが、このような個人的な概念イメージに沿った言語で

説明がなされ、うまく全体と考えが共有できないという場面は多々見られる。



図3 生徒の書いた「半台形」(直角の記号は教師が後に追加)

図形を性質によって捉え、数学的な推論を用いてさらに性質を見いだしていく活動は主に第二学年の図形単元でなされるが、その前段階としてある程度、個人概念イメージに依らず、普遍的な図形の性質を用いて他者と考えを共有する方法を学ばせたい。

(2) 本実践のねらい

本実践では「立方体の切断面」を教材とし、空間における図形の性質を基にして切断面に現われる図形の形状を考察させる。立方体の切断は、空間における図形の性質を基にした考察が必要になること(例えば、正五角形が切断面にできない理由の説明に『正五角形には平行な辺がないが、立方体の対面は平行であるから、切断面は対辺が平行になってしまう』などが求められる)や、新たな問いが生徒から生まれる可能性が高い点(例えば、一般の四角形は作れるのか、など)に教材の価値がある。そうした価値がある一方で、立方体と交差する平面をイメージしづらく、探求に進む以前に思考が止まってしまう生徒がいることも予想できる。そのため、本実践では先に述べた「つくってみよう」の切断ツールを生徒に使用させ、画面上で立方体を切断する様子を観察させることで、一人ひとりの探求を支援する。

本時では特に、切り口に現われる形を、空間における図形の性質などを基にして説明することができるようになることを目標とする。前時では「つくってみよう」の切断ツールへの慣れも兼ねて、『切り口が正三角形になるにはどのような平面で切るか』の課題に取り組んだ。模型の観察や念頭操作、「つくってみよう」の使用によって、ほぼ全員が正三角形になるような切り方を見つけれられていたが、正三角形になる理由については『見た目で明らかじゃん』『そうなるように切ったから』といった反応が多く、何を前提として、どこまで説明するのか、という合意形成の困難を感じた。本時では台形・平行四辺形が特に説明の対象になるため、『何が満たされていれば台形・平行四辺形といえるか』といった図形の定義の確認が必須である。平行の示し方については、『平面と平面の位置関係』の小単元において、教科書の問題(図4)を用いて『平行な2平面に交差する平面の交線は平行である』という知識を得ているので、それを説明に用いてほしいと期待している。

- Q4 右の図のように、平行な2平面P, Qに平面Rが交わっています。直線 l と m は平行であることを説明しなさい。

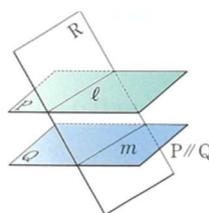


図4 平行な2平面に交差する平面との交線は平行(大日本図書「数学の世界1」p.213)

なお、特定の図形が切り口に現われるような切り方は当然一通りではないが、その方向には広げない。つまり、その切り口にするための十分条件は問うが、必要条件は問わない。

2. 単元の計画（全16時間）

a. 単元の目標

- 空間における直線や平面の位置関係を理解する。
- 基本的な柱体や錐体，球の表面積と体積を求めることができる。
- 角錐，円錐の展開図，立体の投影図を書くことができる。
- 空間図形を直線や平面図形の運動によって構成されるものと捉えたり，空間図形を平面上に表現して平面上の表現から空間図形の性質を見いだしたりする。
- 空間図形の性質や関係を利用した問題解決の過程を振り返って検討しようとしたりする。

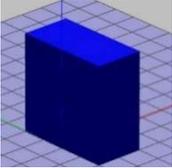
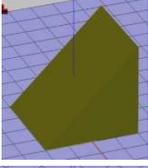
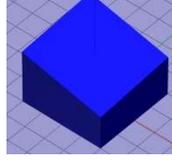
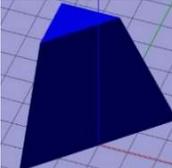
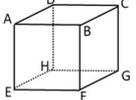
b. 単元の計画

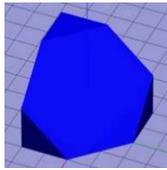
- 第1次 空間にある立体…………… 2時間
- 第2次 立体のいろいろな見方…………… 4時間
- 第3次 空間にある図形…………… 6時間(本時5/6)
- 第4次 立体の表面積と体積…………… 5時間
- 第5次 図形の性質の利用…………… 2時間

c. 本時の目標

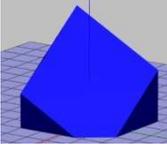
- 切り口に現われる形を，空間における図形の性質などを基にして説明できる。

d. 本時の展開

時間	学習活動 子どもの反応	留意点(○) 評価(☆)
15	<p>■立方体の切り口に現れる図形を列挙し，整理する。</p> <p>【問題】 立方体を平面で切る。正三角形以外にどんな形の切り口ができるか。</p> <p>自力解決</p> <div style="display: flex; justify-content: space-between;"> <div style="width: 45%;">  <p>S1：正方形 切り方：面(どれでも良い)と平行な平面で切る。 理由：立方体は正方形を平行移動して作れるから，どこで切っても面と同じ形。</p>  <p>S2：長方形 切り方：C,D,E,Fを通るように切る。 理由：立方体の各辺は隣り合う面に垂直だから，すべての角が90度。</p>  <p>S3：平行四辺形 切り方：4つの面を通るように切る。 理由：立方体の向かい合う面は平行だから，切り口の対辺も平行。</p>  <p>S4：台形 切り方：E,G と，AD の中点，DC の中点を通るように切る。 理由：立方体の向かい合う面は平行だから，1組の平行な面を通るように切れば，切り口に1組の平行な対辺ができる。</p> </div> <div style="width: 45%;">  <p>○「つくってみよう」の操作で実際に切り口を観察することを促す。</p> <p>○手元で観察するための立方体の模型は予め机の上に置いておく。</p> </div> </div>	



S5:六角形(正六角形)
 切り方：CD, CG, FG の中点を通るように切る。
 理由：6 辺すべてが合同な直角三角形の斜辺になっているから



S6:五角形
 切り方：1 つの頂点と、あとは頂点を通らないような平面で切る。
 理由：5 つの頂点があるから。

集団解決

T：自分の考えを周辺の人と共有してみましょう。

○説明を記述するのが困難な生徒には、机間指導中に「どこで切ったの？」などと声掛け、口頭で説明させ、「底面と平行な平面で切ったんだね」などと返し、表現を学ばせる。

○集団解決中に、説明させる生徒に切り方を書かせる。

2 5

集団検討 1

■切り口に現われる図形の「切り方」と「理由」を説明する。

上に挙げた6つの図形について「切り方」と「理由」を説明させるその図形を作るための要件を確認する。

三角形グループ	四角形グループ	五角形グループ	六角形グループ
→正三角形	→正方形	→五角形	→正六角形
	→長方形		→六角形
	→平行四辺形		
	→台形		

○必要があれば小学校の教科書を提示し、図形の定義を確認する。
 ○表にまとめることで、現れない図形(正五角形)に着目させる。
 ○見取り図とつくってみようの画面の2つを見せて説明させる。
 ☆空間における図形の性質を用いて切り口に現われる図形の理由を説明できている(ワークシート)

1 0

集団検討 2

■現れなかった図形に着目し、次の課題を設定する。

三角形グループ	四角形グループ	五角形グループ	六角形グループ
→正三角形	→正方形	→五角形	→正六角形
→二等辺三角形？	→長方形	→正五角形？	→六角形
→直角三角形？	→平行四辺形		
→三角形？	→台形		
	→ひし形？		
	→たこ形？		→七角形以上？
	→四角形？		

S7：正五角形はできないのか。
 S8：七角形以上はできないのか。
 S9：二等辺三角形は普通にできる。
 S10：直角三角形はできそうな気がする。
 T：次回の授業では正五角形，七角形以上について考えましょう。

○その場ですぐに切り方が出てきそうなもの(二等辺三角形など)はつくってみようで作り、表中の？を消す。